



混合粒径の流砂・河床変動の3次元解析

電力中央研究所 地球工学研究所

主任研究員 太田一行

2019.8.27 流砂・河床変動に関する研究会

 電力中央研究所

話題提供

1. 確率論的Exner方程式とLagrange型非平衡流砂モデルを用いた混合粒径河床変動解析

- 掃流砂・浮遊砂による流砂・河床変動(低濃度の土砂輸送)を想定.

2. 多相Euler法に基づく3次元混合砂輸送解析 (水工, 2018年3月)

- 土石流・火砕流, 地すべり, シートフローなど, 掃流砂・浮遊砂では扱えない高濃度の土砂輸送現象を想定.

混合粒径の3次元河床変動解析

◆ 河床材料の交換を扱うモデルの既往研究

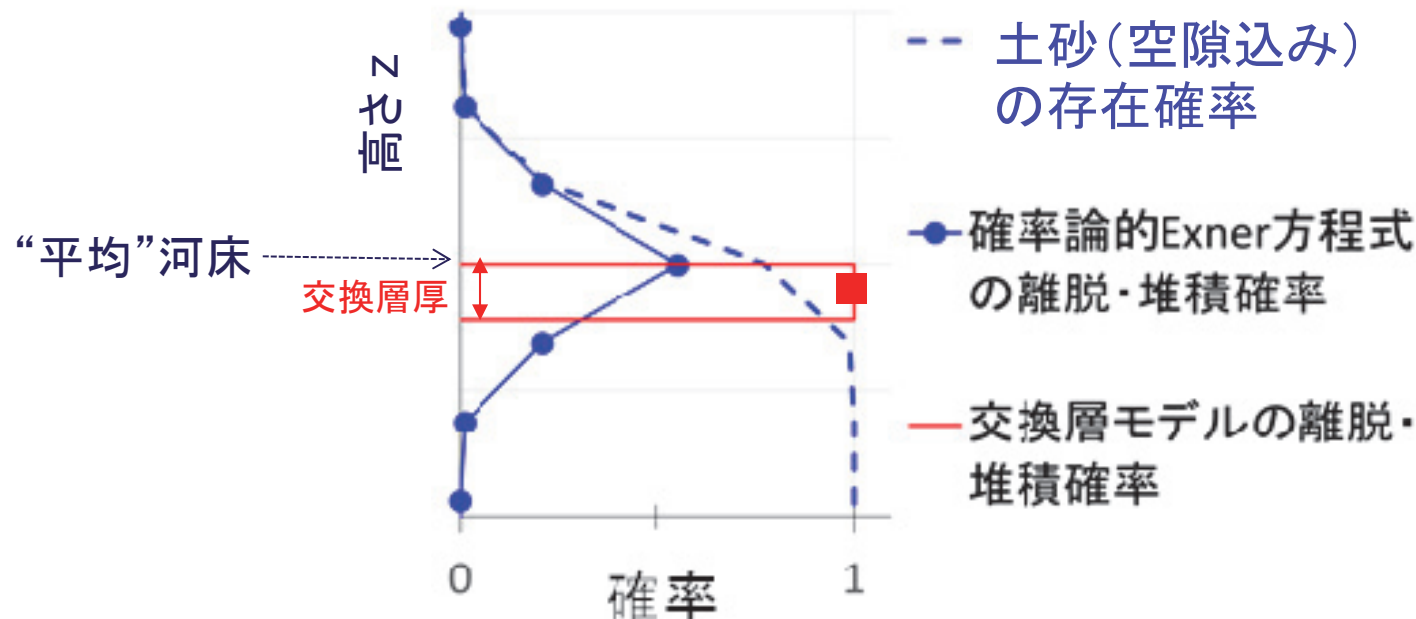
- 交換層モデル(平野, 1971)
- 流砂層モデル(Loc・Egashira・Takebayashi, 2004)
- 空隙率の時空間変化への対応(岩見・藤田2017; 立石・内田 2018)

◆ 3次元解析が必要とされる河川の実際問題では,

- 掃流力の空間勾配が大きく, 非平衡な流砂運動が生まれやすい.
- 流砂層厚が掃流力の関数にならない.
- 粒度の分級が生じやすい(⇒空隙率の変化も起きやすい).
- 河床材料の交換に関するモデルも, 多様な流砂現象を柔軟に表現できるフレームワークが求められる.

確率論的Exner方程式(Parkerら, 2000)の概略

- ◆ 鉛直方向に土砂の存在確率, 離脱・堆積確率を設定し, 粒径毎および計算格子毎に連続式を適用する.
- ◆ Pick-up rate, step-lengthの概念に基づく.
 - Lagrange型の非平衡流砂解析(Nagataら, 2005)と**直接的に**接続可能.
- ◆ 利点: 鉛直方向における離脱・堆積の頻度を考慮でき, 頻度の時空間変化にも対応できる. 空隙率の時空間変化も考慮できる.



流速の計算

■ 流れの連続式および運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda \rho u_j) = 0$$

u_j : 流速ベクトル, ρ : 流体密度, p : 圧力,
 g_i : 重力加速度ベクトル, μ : 流体の粘性係数,
 μ_t : 渦粘性係数, λ : 計算セルにおける空隙率,

$$\lambda \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda \rho u_i u_j) = -\lambda \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\lambda (\mu + \mu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] + \lambda \rho g_i - \alpha \frac{(1-\lambda)^3}{\lambda} \frac{\mu}{d_{50}^2} u_i$$

層流抵抗(ダルシー則)

- 乱流モデル: $k-\omega$ SSTモデル (河床に等価粗度 $2.5\bar{d}$ を用いた境界条件を適用)
- 水面: VOF法

オープンスースCFDライブラリ OpenFOAMを改変(Porous法の導入, 乱流モデルなど)

流砂の離脱・運動・堆積(1/3)

■ 流砂の離脱

$$V_{p,k} = (1 - \bar{\lambda}_b) F_{b,k} d_k p_{s,k} S_b$$

$$p_{s,k} \sqrt{\frac{d_k}{(\rho_s / \rho - 1)g}} = 0.03 G_{*,k} \tau_{*,k} \left(1 - 0.7 \phi \frac{\tau_{*,c,k}}{\tau_{*,k}} \right)^3$$

ここで、下付文字 $k (= 1, 2, \dots, N)$ は粒径階を表す。 V_p : pick-up 量, $\bar{\lambda}_b$: 河床での空隙率 (算出方法は後述), $F_{b,k}$: 河床での粒径階 k の存在確率, d_k : 粒径, $p_{s,k}$: pick-up rate, S_b : 河床境界の格子面積, ρ_s : 土粒子の密度, $G_{*,k}$: 流砂の移動方向に関する関数, ϕ : 限界掃流力の補正関数, $\tau_{*,k}, \tau_{*,c,k}$: それぞれ粒径毎の掃流力, 限界掃流力である。掃流力については, 砂面付近の流速絶対値および等価粗度係数 $k_s = 2.5\bar{d}$ を用いて, 対数則により粒径毎に評価する。限界掃流力の算出には, 芦田・道上¹⁰⁾により修正された Egiazoroff 式を用いる。

流砂の離脱・運動・堆積(2/3)

■ 流砂の運動

$$P_{sed,j,k} = \int u_{sed,j,k} dt$$

$$S_{sed} = \int |u_{sed}| dt$$

$$\rho \left(\frac{\rho_s}{\rho} + C_M \right) \frac{\pi d_k^3}{6} \frac{\partial u_{sed,j,k}}{\partial t} = Dr_{j,k} + W_{j,k} - F_{j,k}$$

ここで、下付文字 $j (=1, 2)$ は河床との接線方向を示す。□

P_{sed} : 掃流砂群の位置, S_{sed} : pick-upした掃流砂の累積移動距離, u_{sed} : 掃流砂パーセルの移動速度 (砂面と平行な2方向ベクトル) である. u_{sed} は掃流砂の運動方程式により、以下のように表される。◊

ここで、 Dr , W , F はそれぞれ、抗力項、重力項、摩擦力項であり、各項の式については既往文献 ◯ を参照されたい. u_{sed} の時間積分には2階ルンゲクッタ法を用いる。◊

流砂の離脱・運動・堆積(3/3)

■ 流砂の堆積

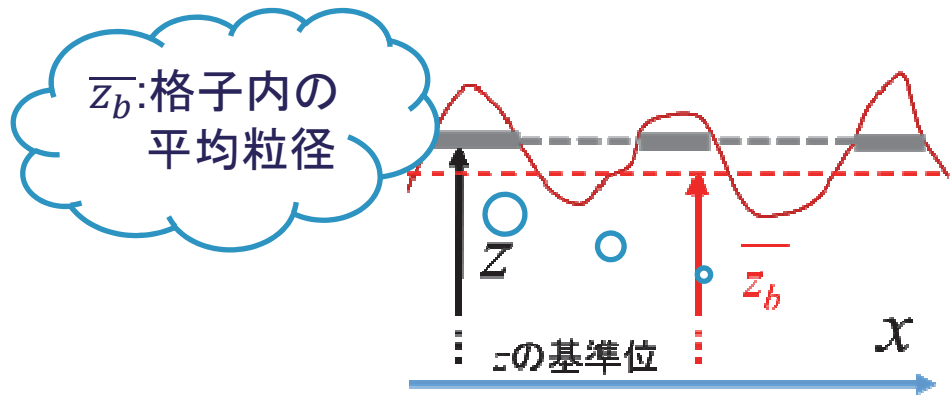
$$V_{d,k}^{(n)} = V_{p,k} f_s \left(s_{sed}^{(n)} \right) \Delta s_{sed}$$

$$f_s \left(s_{sed,k}^{(n)} \right) = \frac{1}{\Lambda_k} \exp \left(-\frac{s_{sed,k}^{(n)}}{\Lambda_k} \right)$$

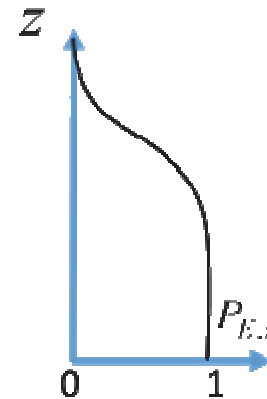
Λ_k 平均step-length . . . 各粒径の30倍を採用(中川ら(1982), 原田ら(2018))

河床変動および粒度の計算(1/4)

■ P_E, p_e の定義



(a) 小スケールの河床変動



(b) 土砂の存在確率 P_E の概念

確率密度関数
(確率変数 z)

$$p_{e,z} = -\frac{\partial P_{E,z}}{\partial z}$$

$$p_{e,z} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_e} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \bar{z}_b}{s_e}\right)^2\right]$$

s_e : 小スケールの河床変動の標準偏差
(粒径 or 河床波のスケール)

河床変動および粒度の計算(2/4)

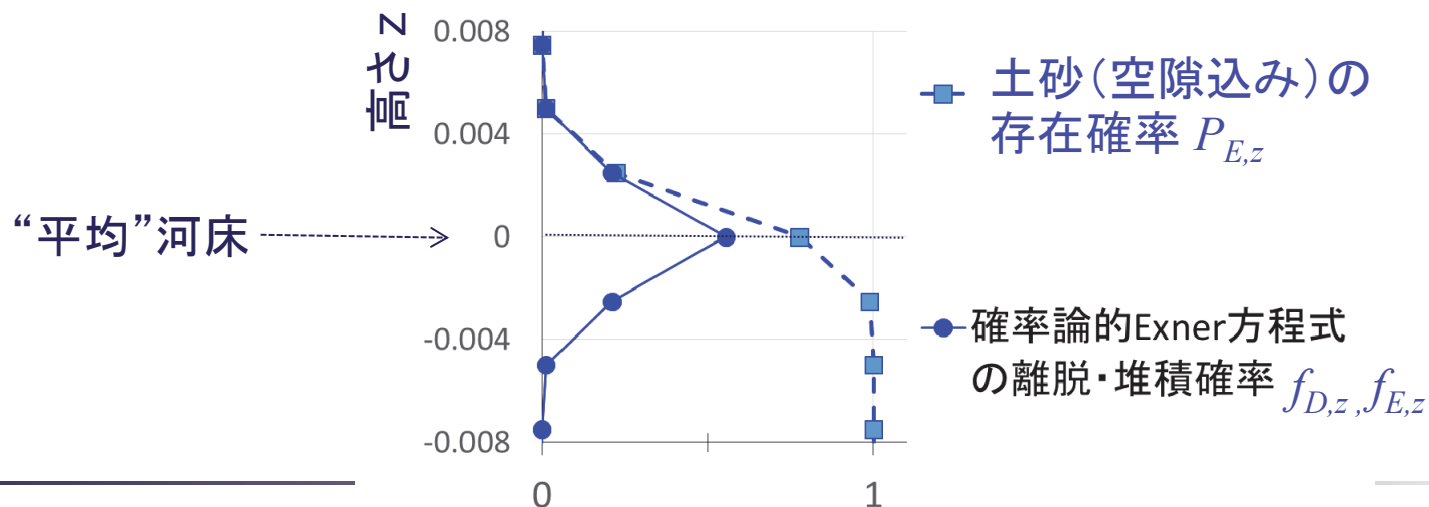
■ 粒度の計算

$F_{k,z}$ を算出する確率論的Exner方程式は、粒径階毎の土砂の保存則により、

$$\frac{\partial}{\partial t} c_{b,z} P_{E,z} F_{k,z} = D_{k,z} - E_{k,z}$$

$$\begin{cases} D_{k,z} = f_{D,z} \sum_n \frac{V_{d,k}^n}{S_d} & E_{k,z} = f_{E,z} \frac{V_{p,k}}{S_d} \\ \sum_N F_{k,z} = 1 \end{cases}$$

離脱・堆積の確率
 $f_{D,z} = f_{E,z} = \frac{c_{b,z}}{c_b} p_{e,z}$

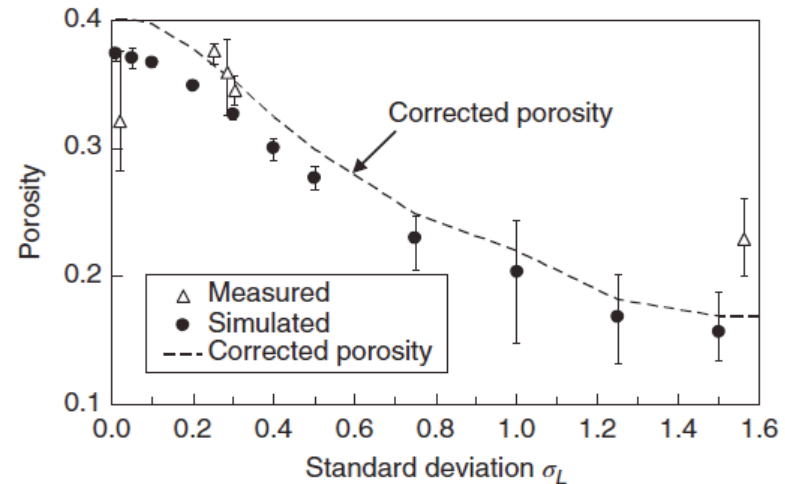


河床変動および粒度の計算(3/4)

■ 堆積土砂濃度・空隙率の評価

$c_{b,z}$: 堆積土砂濃度(1-空隙率), 粒度標準偏差を用いて陽的に算出

粒度標準偏差による空隙率の算出 (岩見・藤田, 2017)



河床における堆積土砂濃度 $\bar{c}_b = \int_{-\infty}^{\infty} c_{b,z} p_e dz$

河床における空隙率 (離脱量に使用) $\bar{\lambda}_b (= 1 - \bar{c}_b)$

河床変動および粒度の計算(4/4)

■ 平均河床位の計算

P_E と \bar{z}_b の時間微分は、以下の関係を持つ。

$$\frac{\partial P_{E,z}}{\partial t} = p_{e,z} \frac{\partial \bar{z}_b}{\partial t}$$

確率論的Exner方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} c_{b,z} P_{E,z} F_{k,z} = D_{k,z} - E_{k,z}$$

$$D_{k,z} = f_{D,z} \sum_n \frac{V_{d,k}^n}{S_d} E_{k,z} = f_{E,z} \frac{V_{p,k}}{S_d}$$

空隙率の変化が考慮されたExner方程式



$$\left(1 - \bar{\lambda}_b\right) \frac{\partial \bar{z}_b}{\partial t} = D - E - \int_{-\infty}^{\infty} P_{E,z} \frac{\partial c_{b,z}}{\partial t} dz$$

$$D = \sum_k \sum_n \frac{V_{d,k}^n}{S_d} \quad E = \sum_k \frac{V_{p,k}}{S_d}$$

解析対象

解析対象: 蛇行水路実験(芦田ら, 1989)

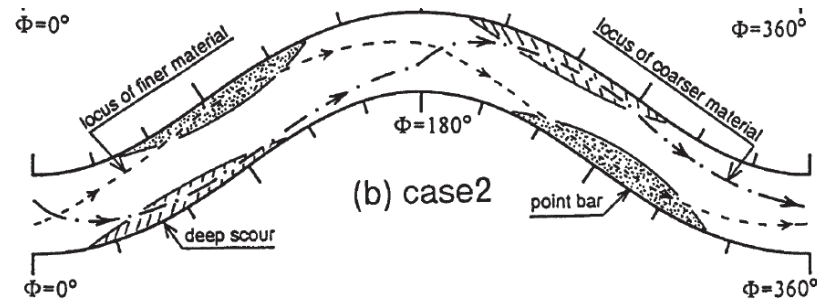
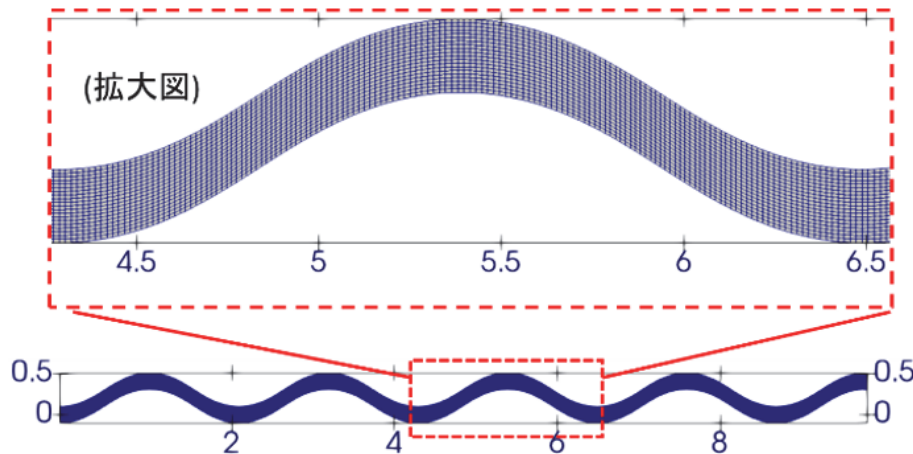
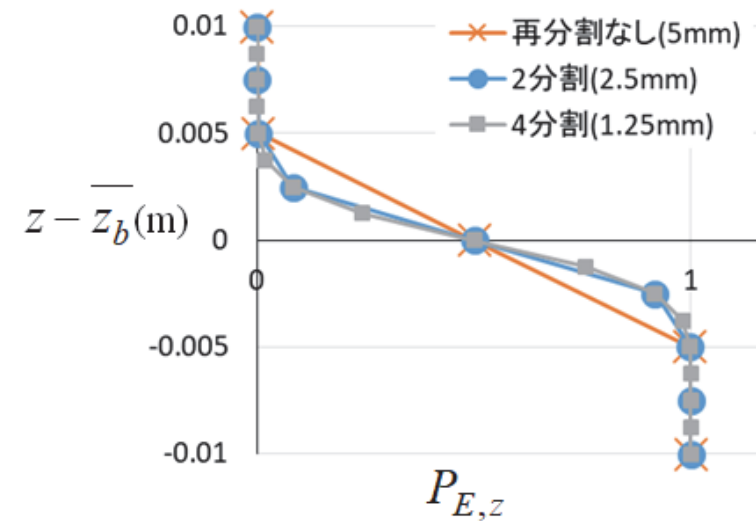


表-1 解析対象の実験条件

| 流量 (L/s) | 給砂量 (g/s) | 平均水深 (cm) | 平均粒径 (mm) | 粒度の標準偏差 |
|-------------|--------------|--------------|--------------|---------|
| 3.6 | 6.67 | 4.26 | 1.74 | 2.20 |

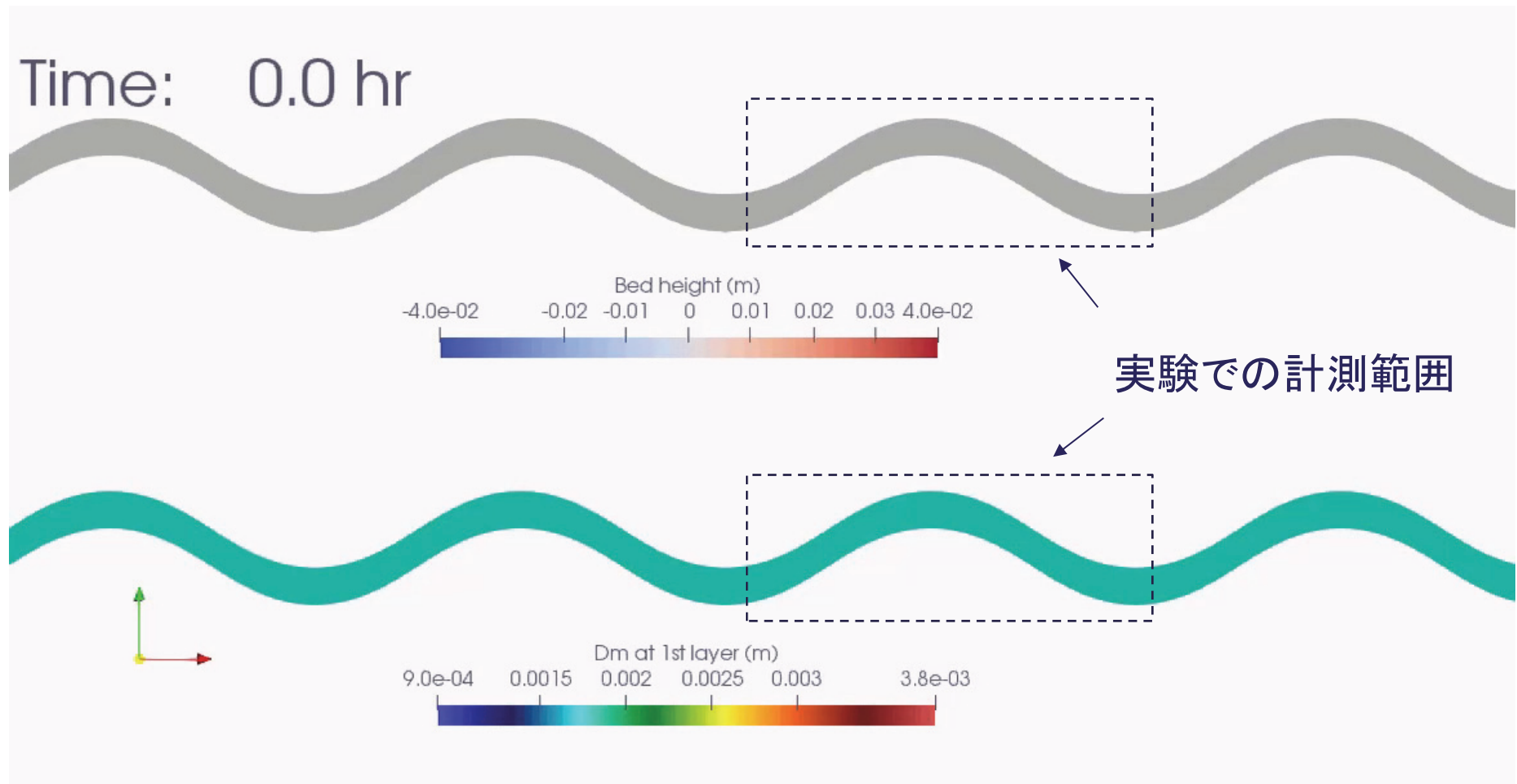


計算領域および計算格子

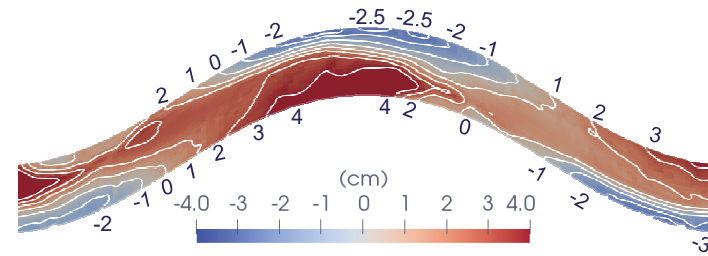
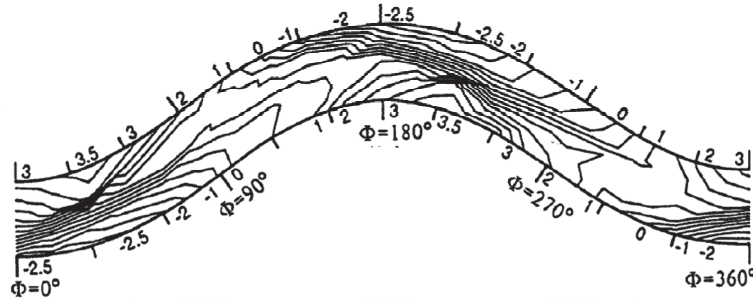


鉛直方向の格子の再分割

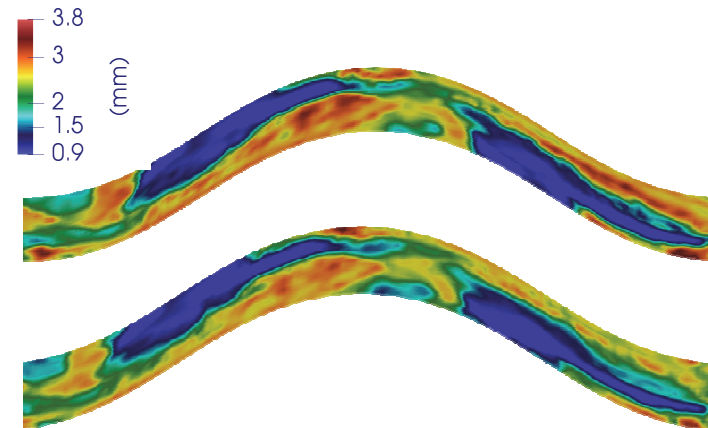
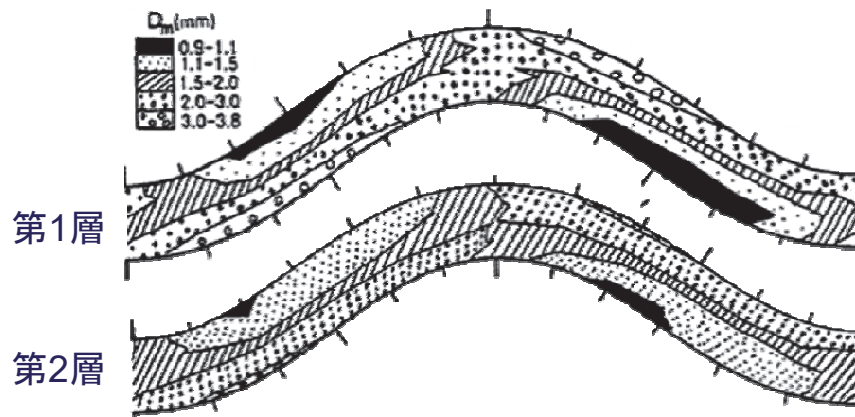
解析結果



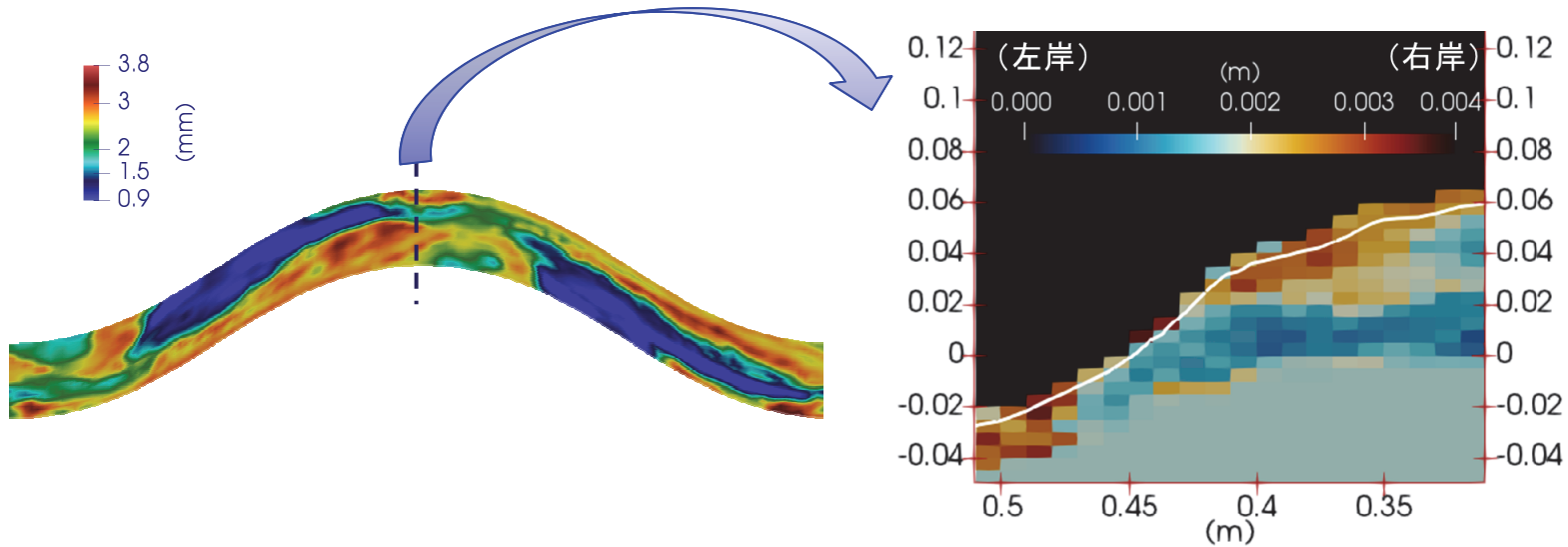
解析結果



河床形状(平衡時)

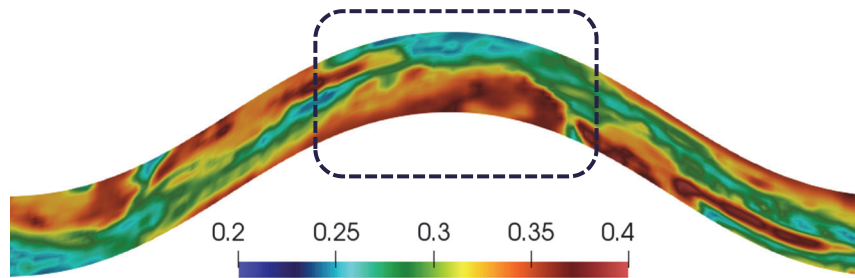


平均粒径(平衡時)



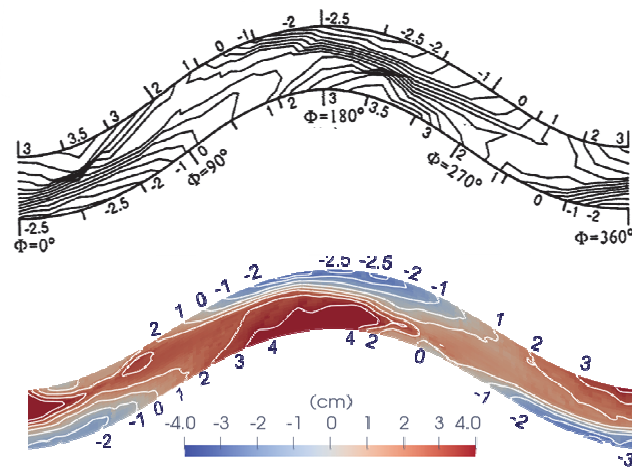
粒度の横断分布
(平均河床+3 s_e を図示)

外岸の方が空隙率が小さい結果

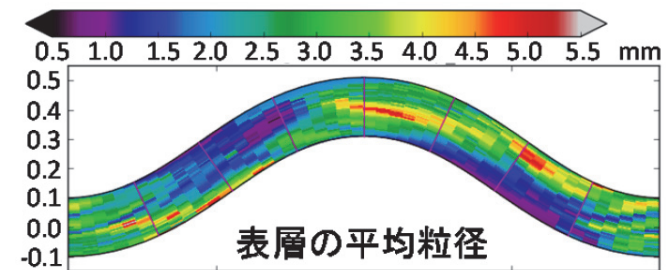
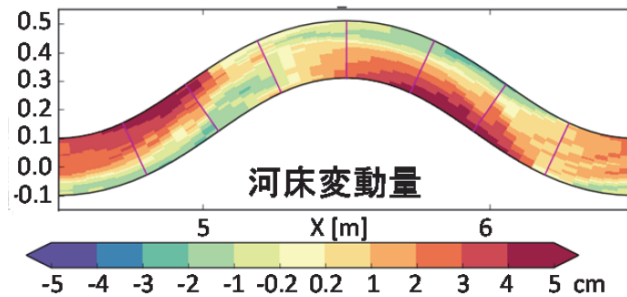
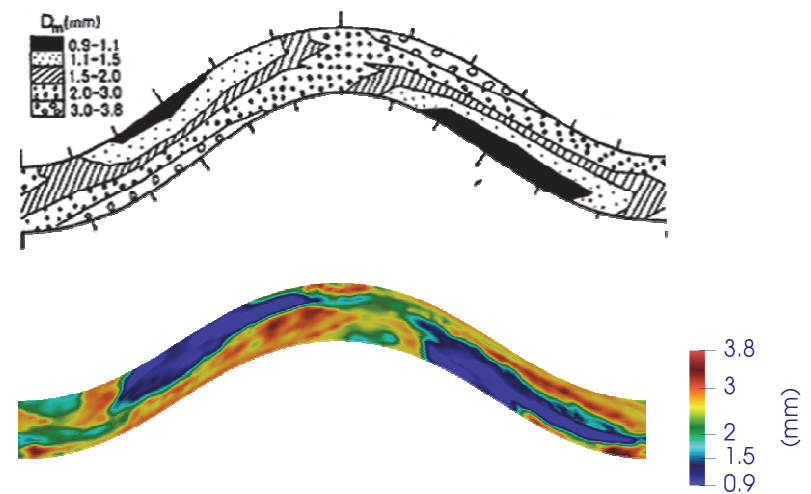


河床空隙率 $\bar{c}_b = \int_{-\infty}^{\infty} c_{b,z} p_e dz$

河床形状(平衡時)



平均粒径(平衡時)



平面2次元解析(佐藤・太田・新井, 2018, 電中研報告)

- 浅水流方程式(二次流考慮)
- 芦田・道上式, 流砂層モデル

結論と課題

- ◆ 確率論的Exner方程式とLagrange型非平衡流砂モデルの組み合わせにより、混合粒径の流砂を妥当に計算できる見通しを得た.
- ◆ 今後の課題⇒要素モデルやパラメータの精査.
 - 土砂の存在確率分布、離脱・堆積確率分布の影響
 - 混合粒径のstep-length:
 - 混合粒径での掃流砂の運動方程式:
 - 流砂が流れ・乱流に及ぼす影響
- ◆ 実測データの課題:
 - 実験後の粒度分布・空隙率の時空間変化をセットで整理する必要.